

Mesurer une variation

Modèles démographiques - Chapitre 1

1. Comment mesurer une variation ?

Voici des statistiques concernant la population de la Chine (source : Statistica (2019)).

Année	Population (en millions)
2014	1 367,82
2022	1 411,33

L'évolution de cette population peut être quantifiée de plusieurs manières.

1.1. Variation absolue

 Définition : Variation absolue

La variation absolue Δ est la différence entre la valeur d'arrivée et la valeur de départ.

$$\Delta = V_A - V_D$$

La variation absolue s'exprime dans la même unité que la grandeur mesurée. Ici, la variation absolue est exprimée en millions d'habitants.

Nous pouvons donc affirmer que la variation absolue de la population de la Chine entre 2014 et 2022 est de :

$$\Delta = 1411,33 - 1367,82 = 43,51 \text{ millions d'habitants.}$$

Entre 2014 et 2022, la population de la Chine a augmenté de 43,51 millions d'habitants.

 Interprétation d'une variation absolue

- Si $\Delta > 0$, la valeur d'arrivée est supérieure à la valeur de départ : il s'agit d'une **augmentation**.
- Si $\Delta < 0$, la valeur d'arrivée est inférieure à la valeur de départ : il s'agit d'une **diminution**.
- Si $\Delta = 0$, la valeur d'arrivée est égale à la valeur de départ : il s'agit d'une **stabilité**.

1.2. Variation relative

Définition : Variation relative

La variation relative t est le quotient de la variation absolue par la valeur de départ.

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

On exprime le plus souvent la variation relative en pourcentage.

Une variation relative **n'a pas d'unité**. On parle aussi de **taux de variation**.

Nous pouvons donc affirmer que la variation relative de la population de la Chine entre 2014 et 2022 est de :

$$t = \frac{1411,33 - 1367,82}{1367,82} = 0,032 = 3,2\%$$

Entre 2014 et 2022, la population de la Chine a augmenté de 3,2%.

Interprétation d'une variation relative

- Si $t > 0$, la valeur d'arrivée est supérieure à la valeur de départ : il s'agit d'une **augmentation**.
- Si $t < 0$, la valeur d'arrivée est inférieure à la valeur de départ : il s'agit d'une **diminution**.
- Si $t = 0$, la valeur d'arrivée est égale à la valeur de départ : il s'agit d'une **stabilité**.

1.3. Coefficient multiplicateur

Définition : Coefficient multiplicateur

Le coefficient multiplicateur C est le quotient de la valeur d'arrivée par la valeur de départ.

$$C = \frac{V_A}{V_D}$$

Autrement dit, C est le nombre par lequel il faut multiplier la valeur de départ pour obtenir la valeur d'arrivée.

Le coefficient multiplicateur n'a pas d'unité.

Nous pouvons donc affirmer que le coefficient multiplicateur de la population de la Chine entre 2014 et 2022 est de :

$$C = \frac{1411,33}{1367,82} = 1,032$$

Entre 2014 et 2022, la population de la Chine a été multipliée par 1,032.

! Interprétation d'un coefficient multiplicateur

- Si $C > 1$, la valeur d'arrivée est supérieure à la valeur de départ : il s'agit d'une **augmentation**.
- Si $C < 1$, la valeur d'arrivée est inférieure à la valeur de départ : il s'agit d'une **diminution**.
- Si $C = 1$, la valeur d'arrivée est égale à la valeur de départ : il s'agit d'une **stabilité**.

Un petit calcul nous permet de relier le coefficient multiplicateur et le taux de variation :

$$t = \frac{V_A - V_D}{V_D} = \frac{V_A}{V_D} - \frac{V_D}{V_D} = C - 1$$

! À retenir

$$t = C - 1 \text{ et donc } C = 1 + t$$

2. Variations successives

Voici quelques données concernant la population du Cantal (source : Wikipédia (2023)).

Année	Population (en habitants)
1821	252 100
1921	199 402
2020	144 379

- Taux de variation entre 1821 et 1921 : $t_1 = \frac{199\,402 - 252\,100}{252\,100} = -0,209 = -20,9\%$
- Taux de variation entre 1921 et 2020 : $t_2 = \frac{144\,379 - 199\,402}{199\,402} = -0,276 = -27,6\%$

Peut-on dire que la population du Cantal a diminué de 48,5% entre 1821 et 2020 ?

Vérifions en calculant le taux de variation entre 1821 et 2020 :

$$t_{global} = \frac{144\,379 - 252\,100}{252\,100} = -0,429 = -42,9\%$$

La population a donc diminué de 42,9% entre 1821 et 2020.

! Attention

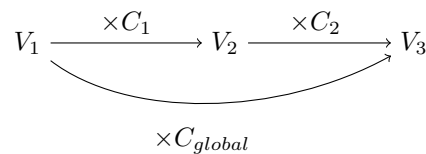
On ne peut pas additionner les taux de variation pour obtenir le taux de variation global !
Les pourcentages d'évolution ne s'additionnent pas !

On peut cependant calculer le coefficient multiplicateur global :

! Coefficient multiplicateur global

On considère une grandeur V qui subit deux évolutions successives. La première de V_1 à V_2 et la seconde de V_2 à V_3 .

La première évolution est associée au coefficient multiplicateur $C_1 = \frac{V_2}{V_1}$ et la seconde au coefficient multiplicateur $C_2 = \frac{V_3}{V_2}$.



Le coefficient multiplicateur global est alors :

$$C_{global} = C_1 \times C_2$$

Autrement dit : lors d'évolutions successives, les coefficients multiplicateurs se multiplient.

Application : On sait que, entre 1921 et 1975, la population du Cantal a diminué de 16,5% environ. Calculons le taux d'évolution de la population du Cantal entre 1975 et 2020 sans calculer la valeur de la population en 1975.

i Réponse

On sait que le coefficient multiplicateur entre 1921 et 1975 est égal à $C_1 = 1 + t_1 = 1 - \frac{16,5}{100} = 0,835$.

Par ailleurs, le taux de variation entre 1921 et 2020 est égal à $-27,6\%$. Le coefficient multiplicateur **global** entre 1921 et 2020 est donc égal à $C_{global} = 1 + t_{global} = 1 - \frac{27,6}{100} = 0,724$.

On peut donc calculer le coefficient multiplicateur entre 1975 et 2020 :

$$\begin{aligned} C_{global} = C_1 \times C_2 & \iff C_2 = \frac{C_{global}}{C_1} \\ & \iff C_2 = \frac{0,724}{0,835} \approx 0,867 \end{aligned}$$

D'où le taux de variation entre 1975 et 2020 :

$$t_2 = C_2 - 1 = 0,867 - 1 = -0,133 = -13,3\%$$

La population du Cantal a donc diminué de 13,3% entre 1975 et 2020.

Sources utilisées

Statista. 2019. « Population totale en Chine de 2014 à 2024 ». 2019. <https://fr.statista.com/statistiques/661919/population-totale-chine/>.

Wikipédia. 2023. « Démographie du Cantal ». 2023. https://fr.wikipedia.org/wiki/D%C3%A9mographie_du_Cantal.